13 -Дәріс

<u>Тақырыбы</u>: **Функцияларды зерттеу дифференциалдық есептеудің қолданылуы. Функцияның тұрақты болу және монотонды болу шарттары. Функция экстремумы. Экстремум бар болуының қажетті және жеткілікті шарттары.**

Туындылардың көмегімен функцияларды зерттеу. Функциялардың локальді экстремумі

Анықтама. Егер x_0 нүктесінің белгілі бір δ - маңайында:

$$f(x)\leq f(x_0),\ \forall x\in(x_0-\delta,x_0+\delta) \quad (1)$$

$$(\text{сәйкес}\quad f(x)\geq f(x_0),\ \forall x\in(x_0-\delta,x_0+\delta)). \quad (2)$$

теңсіздіктері орындалса, онда x_0-ді $f(x)$ функциясының локальді максимум (локальді минимум) нүктесі деп атайды.

Егер (1) және (2) шарттарды

$$\forall x\in(x_0-\delta,\ x_0+\delta),\ \ f(x)-f(x_0)<0, \quad (1')$$

$$(\text{сәйкес } \forall x\in(x_0-\delta,\ x_0+\delta),\ \ f(x)-f(x_0)>0), \quad (2')$$

шарттарымен ауыстырсақ, онда x_0 – **локальді қатаң максимум** (сәйкес, **локальді қатаң минимум) нүктесі** деп аталады.

Анықтама. *Егер x_0 нүктесінде $f(x)$ функциясы үзіліссіз және $f'(x_0)=0$ немесе $f'(x_0)$ туындысы болмайтын болса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының **кризистік** немесе **күдікті нүктесі** деп аталады.*

Теорема-1 (экстремумның жеткілікті шарты). $y=f(x)$ функциясы $[x_0-\delta,\ x_0+\delta]$ кесіндісінде үзіліссіз және $(x_0-\delta,\ x_0)$ мен $(x_0,\ x_0+\delta)$ аралықтарда дифференциалданатын болсын.

Егер $(x_0-\delta,\ x_0)$ мен $(x_0,\ x_0+\delta)$ аралықтарында $f'(x)$ туындысының таңбалары қарама–қарсы болса, онда x_0 экстремум нүктесі. Атап айтқанда:

а) егер $\forall x\in(x_0-\delta,\ \ x_0),\ \ f'(x)>0$ ал $\forall x\in(x_0,\ \ x_0+\delta),\ \ f'(x)<0$ болса, онда x_0 –локальді максимум;

б) егер $x\in(x_0-\delta,x_0),\ \ f'(x)<0,$ ал $x\in(x_0,x_0+\delta),\ \ f'(x)>0$ болса, онда x_0 – локальді минимум нүктесі;

в) $(x_0-\delta,\ \ x_0)$ және $(x_0,\ \ x_0+\delta)$ аралықтарында $f'(x)$ таңбасы бірдей болса, онда x_0 – нүктесінде локальді экстремум жоқ.

Теорема-2. $f(x)$ фунциясының x_0 нүктесінде **екінші туындысы бар** және $f'(x_0)=0$ болсын. Онда

1) егер $f''(x_0)>0$ болса, онда x_0–локальді минимум;

2) егер $f''(x_0)<0$ болса, онда x_0–локальді максимум;

3) егер $f''(x_0)=0$ болса, онда x_0–нүктесі экстремум нүктесі болуы да болмауы да мүмкін.